

一题多解在初中数学教学中的应用研究

唐雪萍

(重庆三峡科技大学数学与统计学院)

DOI: 10.65285/JYLLYJ.V2I3.012

摘要: 一题多解是初中数学教学的重要方法论, 可通过多路径解题思路与跨知识点联结, 将复杂问题转化为结构化探究过程, 助力学生逻辑推理与发散思维的协同发展。结合初中数学数与代数、图形与几何、概率与统计、综合与实践四大模块典型题型, 系统梳理一题多解的课堂实施策略, 通过具体案例展示多元解题路径, 明确教学实施关键注意事项, 为初中数学一线教学提供可操作实践参考, 推动该思想在课堂教学中的有效落地。

关键词: 一题多解; 初中数学; 教学应用; 解题策略

Research on the Application of Multiple Solutions to One Problem in Junior High School Mathematics Teaching

Xueping Tang

School of Mathematics and Statistics, Chongqing Sanxia University of Science and Technology

Abstract: The "multiple solutions to a single problem" approach is a crucial methodology in junior high school mathematics instruction. By employing diverse problem-solving strategies and connecting different knowledge domains, it transforms complex problems into structured inquiry processes, fostering the coordinated development of students' logical reasoning and divergent thinking. Based on typical problem types across four core modules—number and algebra, figures and geometry, probability and statistics, and integrated practical applications—this paper systematically outlines classroom implementation strategies for this approach. Through concrete case studies, it demonstrates various problem-solving pathways and clarifies key considerations for effective teaching practice, providing actionable guidance for mathematics educators to ensure the successful integration of this methodology into classroom instruction.

Keywords: Multiple Solutions to a Single Problem; Junior High School Mathematics; Teaching Applications; Problem-Solving Strategies

前言

数学解题方法的多样性与思维的灵活性, 是初中数学学科的重要特质。一题多解并非单纯追求解题方法的数量, 而是以具体数学问题为载体, 引导学生突破固定思维模式, 整合跨章节、跨模块知识, 从不同角度分析问题、构建解题路径, 进而提升逻辑推理、发散思维与知识迁移能力。在核心素养导向下, 将一题多解融入日常教学, 能够帮助学生梳理知识关联、掌握通性通法, 实现“解一题、会一类、通一片”的学习目标, 对优化课堂教学、提升学生数学素养具有重要实践意义^[1]。

一、一题多解思想的核心内涵与教学特征

(一) 核心内涵

一题多解是以初中数学问题为载体, 引导学生突破单一解题思路, 综合运用所学知识, 从不同视角分析问题、选择方法、构建解题路径, 通过解法对比与思路优化, 提升解题能力与数学思维的教学方式。其核心是以解促学、以用提能, 帮助学生理解知识内在关联, 实现解一题、通一类的教学目标^[2]。

(二) 初中阶段的教学特征

相较于小学数学侧重计算方法的多样化, 初中数学一题多解更贴合学生认知发展规律, 与知识体系高度适配,

主要呈现三大特征^[3]: 一是知识关联性, 可实现跨章节、跨模块知识融合, 体现数学整体性; 二是思维层次性, 不同解法对应不同思维水平, 可满足分层学习需求; 三是方法实用性, 思路源于教材、服务解题, 具备较强操作性。

二、一题多解在初中数学教学中的实践价值

一题多解在初中数学教学中的实践价值贯穿教学全过程, 覆盖师生双主体, 是落实数学核心素养、提升课堂教学质量的重要支撑^[7]。

对学生而言, 一题多解能够打破单一思维定式, 培养发散思维与逻辑推理能力, 帮助学生深化知识理解、掌握多元解题方法, 实现举一反三、触类旁通, 同时提升数学运算、知识迁移与创新解题能力, 为后续高中数学学习奠定坚实基础^[4]。

对教师而言, 开展一题多解教学能够倒逼教师深入研读教材、深挖题型教学价值, 优化教学思路与课堂设计, 提升专业素养与教学实践能力, 更好落实分层教学理念, 满足不同层次学生的学习需求。

对教学而言, 一题多解能够丰富课堂内容、活跃课堂氛围, 打破“教师讲、学生听”的传统模式, 推动课堂向“以学为中心”转型, 充分彰显数学学科的逻辑性与灵活性, 助力核心素养导向下的数学教学改革落地^[6]。

三、一题多解在初中数学教学中的课堂实施策略

(一) 立足教材本源, 挖掘多解探究素材

教材是一题多解教学的核心载体。教师应深度研读教材, 从例题、习题中筛选典型、适宜的探究素材, 规避偏题、难题、怪题, 保证教学的基础性与系统性, 让一题多解源于教材、服务课堂。

(二) 注重思路引导, 强化解法对比分析

一题多解的核心是培养数学思维, 而非单纯罗列方法。教学中应以设问、点拨引导学生自主探究思路; 在学生提出多种解法后, 及时组织对比分析, 明确不同解法的依据、差异与适用场景, 引导学生从“多解”走向“优解”。

(三) 依托课堂互动, 搭建合作探究平台

合作交流是拓展解题思路的重要方式, 也是落实一题多解教学的关键路径。教师可按学生水平异质分组, 让学生在交流中分享思路、互补质疑; 教师适时介入点拨, 肯定成果、解决困惑, 在拓宽解题路径的同时培养学生合作与表达能力。

(四) 结合题型分类, 开展专项训练实践

初中数学四大模块题型规律清晰, 一题多解应分类实施。针对数与代数、图形与几何、概率与统计、综合与实践设计专项训练, 引导学生归纳解题模型, 形成系统解题体系, 实现知识融会贯通与能力提升。

四、一题多解在初中数学核心模块的实践应用

数与代数、图形与几何、概率与统计、综合与实践是初中数学四大核心模块, 既是教学重点, 也是提升学生解题能力的关键领域。结合各模块典型题型, 通过多路径解题实践展示一题多解的应用逻辑与操作方法, 为课堂教学提供可直接借鉴的实践范例。

(一) 数与代数模块: 二元一次方程组的多元思路实践

数与代数是初中数学的基础核心模块, 二元一次方程组的求解与应用贯穿整个初中学段, 其解题方法的多样性核心在于消元转化与整体思想的运用。通过多元解题思路实践, 可帮助学生深化对代数运算规律的理解, 提升知识灵活运用能力。

例1 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x-2y=2m+3 & ① \\ 2x-y=-3 & ② \end{cases}$ 的解互为相反数, 求 m 的值。

方法一: 代入消元法

解: 由②得 $y=2x+3$ ③。将③代入①, 得 $x-2(2x+3)=2m+3$ 。解得: 将 $x=-\frac{2m+9}{3}$ 代入③, 得 $y=-\frac{4m+9}{3}$ 。由解互为相反数可知 $x+y=0$, 代入得 $-\frac{2m+9}{3}-\frac{4m+9}{3}=0$ 。解得 $m=-3$ 。

方法二: 加减消元法

解: ① $\times 2$ - ②得 $-3y=4m+9$, 即 $y=-\frac{4m+9}{3}$ 。把③代入②得 $2x+\frac{4m+9}{3}=-3$ 。解得 $x=-\frac{2m+9}{3}$ 。由解互为相反数得 $x+y=0$, 代入并化简, 解得 $m=-3$ 。

方法三: 整体叠减法

解: 由① - ②得, $-x-y=2m+6$ 。所以 $x+y=-2m-6$ 。由解

互为相反数得 $x+y=0$, 因此 $-2m-6=0$, 解得 $m=-3$ 。

方法四: 参数法

解: 由题意可设 $\begin{cases} x=t \\ y=-t \end{cases}$ (t 为参数)。将 $\begin{cases} x=t \\ y=-t \end{cases}$ 代入②, 得 $2t-(t)=-3$ 。解得 $t=-1$ 。因此 $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$, 将其代入①可得 $-1-2=2m+3$ 。解得 $m=-3$ 。

小结: 四种解法对应代入消元、加减消元、整体叠减、参数构造四大核心思路, 覆盖从基础到拓展、从常规到巧解的梯度路径, 既落实分层教学要求, 又培养学生多元数学思维, 让学生体会“消元”“整体”“参数”等代数思想。

(二) 图形与几何模块: 几何证明的多维度推理实践

图形与几何模块侧重培养学生逻辑推理与空间想象能力, 是初中数学教学重点与难点, 也是落实“几何直观”“逻辑推理”素养的关键载体^[5]。几何证明题的一题多解核心是定理关联与思路重构, 引导学生从不同知识视角出发, 运用不同定理与推理方法证明同一结论, 既能巩固几何知识, 又能培养逻辑推理的灵活性与严谨性。

例2 如图1, 在中 $\triangle ABC$, $AB=AC$, D 是 BC 的中点, 连接 AD , 求证 $AD \perp BC$ 。

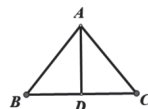


图1

方法一: 利用全等三角形证明

证明: 因为 D 是 BC 中点, 所以 $BD=CD$ 。在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中, $\begin{cases} AB=AC \\ BD=CD \\ AD=AD \end{cases}$, 所以 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SSS), 则有 $\angle ADB = \angle ADC$ 。又 $\angle ADB + \angle ADC = 180^\circ$, $\angle ADB = \angle ADC$, 所以 $AD \perp BC$ 。

方法二: 利用等腰三角形的性质证明

证明: 因为 $AB=AC$, 所以 $\triangle ABC$ 等腰三角形, 又因为 D 是中点, 根据等腰三角形“三线合一”性质, 所以 AD 既是底边中线, 也是底边上的高, 所以 $AD \perp BC$ 。

方法三: 利用垂直平分线的判定证明

证明: 由 $AB=AC$, 得点 A 在 BC 的垂直平分线上。又由 D 是 BC 的中点, 得点 D 也在 BC 的垂直平分线上。根据“两点确定一条直线”, 直线 AD 即为 BC 的垂直平分线, 因此 $AD \perp BC$ 。

小结: 三种解法依托不同几何定理实现多路径证明, 引导学生打破单一思维模式, 学会从不同角度分析几何问题, 培养发散思维与知识迁移能力。

(三) 概率与统计模块: 统计求值的多方法运算实践

概率与统计模块侧重培养学生数据处理与分析能力, 统计求值题的一题多解核心是“数据关联与方法优化”^[3]。通过多方法运算实践, 可帮助学生深化对统计概念的理解, 提升数据处理的灵活性与准确性。

例3 某班50名学生数学测试成绩中, 有20名学生成绩为85、90、77、82、94、85、76、88、91、85、80、

90、84、83、87、85、90、81、83、84，其余30名学生成绩均为85分，求该班数学测试成绩的平均数。

方法一：直接求和法

解：20名学生成绩总和为 $85+90+77+82+94+85+76+88+91+85+80+90+84+83+87+85+90+81+83+84=1700$ ，其余30名学生成绩总和为 $85 \times 30=2550$ ，全班总成绩为 $1700+2550=4250$ ，则平均数为 $4250 \div 50=85$ 分。

方法二：加权平均数法

解：85分出现5+30=35次，其余成绩共15次（总和为）。根据加权平均数公式 $\bar{x} = \frac{\sum x f_i}{f_i}$ ，代入得 $\bar{x} = \frac{4250}{50}=85$ 分。

方法三：基准数法

解：以85分为基准数，20名学生中，成绩与85分的差值分别为0.5、-8、-3.9、-9、3、6、0、-5、5、-1、-2、2、0、5、-4、-2、-1，差值总和为0，其余名学生差值均为0，故全班差值总和为0，则平均数为 $85 + \frac{0}{50}=85$ 分。

小结：三种解法聚焦定义直接应用、加权运算优化、基准数简化计算三大思路，覆盖统计求值的不同运算场景，帮助学生理解统计运算的本质，提升数据处理能力。

（四）综合与实践模块：实际问题的数学建模实践

综合与实践模块侧重数学知识的实际应用，是连接数学与现实生活的重要桥梁，核心目标是培养学生数学建模能力与实际应用能力。实际应用题的一题多解核心是建模思路与方法选择，通过不同建模方式将实际问题转化为数学问题求解，既能体现数学知识的实用性，又能培养思维灵活性与创新能力^[7]。

例4 某商店将进价为元的商品按每件元出售，每天可销售件，若每件提价元，销量减少件，问每件提价多少元时，日利润最大？最大利润为多少？

方法一：二次函数配方法

解：设提价 x 元，日利润为 y 元，则 $y=(10+x-8)(200-20x)=-20x^2+160x+400$ ，配方得 $y=-20(x-4)^2+720$ ，当 $x=4$ 时， y 取得最大值720。

方法二：二次函数顶点公式法

解：由解析式得 $a=-20$ ， $b=160$ ，利用顶点横坐标公式 $x=-\frac{b}{2a}=4$ ，代入求得最大利润 $y=720$ 。

方法三：判别式法

解：设提价 x 元，日利润为 y 元，则 $y=(10+x-8)(200-20x)=-20x^2+160x+400$ ，移项为关于 x 的一元二次方程： $20x^2-160x+(y-400)=0$ ，因为 x 是实数，所以判别式 $\Delta \geq 0$ ，即，解得 $y \leq 720$ 。当 $\Delta=0$ 时取等号，即最大利润 $y=720$ ，代入可求得 $x=4$ 。

小结：三种解法从不同数学模型切入，展现实际问题的多元解决路径，帮助学生体会数学建模的多样性与灵活性，提升运用数学知识解决实际问题的能力，体现一题多解在综合与实践模块的教学实践价值。

五、一题多解教学应用的实施注意事项

（一）聚焦应用本质，避免形式化

一题多解教学应以提升学生解题能力、培养数学思维为核心目标，不盲目追求解法数量，优先选取教材规范、实用性强、贴合学情的典型解法。教学中突出通性通法教学，不刻意追求偏、难、巧的解题招数，防止为了“多解”而刻意设计，确保教学不流于形式^[2]。

（二）立足学生实际，强化分层应用

结合学生数学能力差异实施分层教学，基础薄弱学生掌握常规解法，中等水平学生拓展多元解题思路，优秀学生探究巧解与拓展解法，实现因材施教^[5]。教师根据课堂学情灵活调整引导力度，让不同层次学生在一题多解教学中均能获得有效发展。

（三）融入常规教学，不脱离课堂进度

将一题多解教学思想渗透到新授课、练习课、复习课全过程，与日常教学进度同步推进，实现常态化、系统化开展，避免孤立开展专题训练。教学中做到适时适度，不占用过多课堂时间，与整体教学节奏保持一致。

（四）重视思路对比，提炼思想方法

引导学生对比不同解法的优劣，提炼转化、整体、建模、数形结合等数学思想方法，实现“由题及法、由法悟理”的教学提升^[8]。通过对不同解法的比较与归纳，帮助学生理解解题思路的本质，真正做到“解一题、会一类、通一片”。

结语：

一题多解是初中数学教学中培养学生思维品质、提升解题能力的重要路径。通过在四大核心模块开展系统化的一题多解教学实践，可帮助学生构建完整的数学知识网络、掌握多元解题方法、发展创新思维。教师应坚持以应用为导向、以学生为主体，科学规范地实施一题多解教学，通过多元教学路径，助力学生数学核心素养的稳步提升^[6]。

参考文献：

- [1] 中华人民共和国教育部.《义务教育数学课程标准（2022年版）》[M].北京：北京师范大学出版社，2022.
- [2] 史宁中.数学的基本思想[J].数学通报，2011，50(1):1-9.
- [3] 张奠宙，宋乃庆.数学教育概论[M].4版.北京：高等教育出版社，2023:I-II.
- [4] 程华.从“一题多解”审视解题教学的思维培养[J].数学通报，2020，59(08):50-54.
- [5] 周田华.数学建模有法数形结合有道[J].中学数学教学参考，2021，(32):33-35.
- [6] 曾昭党.“一题多解”与初中数学核心素养培养[J].数理化解题研究，2023，(23):48-50.
- [7] 姜凌翔，胡莉诗.“一题多解”在初中数学教学中的渗透途径探究[J].数理天地（初中版），2025(15):16-18.
- [8] 周双，王罗那，卢城波.借助一题多解发展数学思维——对一道中考题的解法探究与思考[J].数学教学通讯，2024(29):88-90.

作者简介：唐雪萍（2002.05-），女，汉族，重庆永川，本科，研究生，研究方向为学科教学（数学）。